

Liceo scientifico "Leonardo da Vinci" Pescara

classe prima

A cosa serve la matematica?

La matematica può risolvere problemi reali?

A cosa serve il calcolo algebrico letterale?

Per rispondere alla domanda

*su quale sia il triplo del successivo del numero 7
si esegue il seguente calcolo:*

Soluzione

3 (7 + 1) ottenendo come risultato il numero 24

Definizione

*Si dice **espressione aritmetica** un'espressione che si ottiene
mediante operazioni tra numeri.*

Se ora volessimo determinare il triplo del successivo di un generico numero naturale n useremmo la scrittura:

Soluzione

$$3(n+1)$$

Definizione

Si dice **espressione algebrica** un'espressione che si ottiene mediante operazioni tra numeri e lettere.

Prova a scrivere semplici problemi matematici.

Prima traduciamo le frasi in espressioni numeriche e, quindi, proviamo a generalizzare le espressioni usando lettere.

Esempi risposte

il doppio della differenza tra 60 e 22	$(60 - 22) \times 2$
il doppio della differenza tra due numeri	$(a - b) \times 2$
il quadruplo del prodotto di 3 e 4	$4 \cdot 3 \cdot 4$
il quadruplo del prodotto di un numero per un altro	$4a \cdot b$
diminuire il triplo di 23 della metà di 16	$3 \times 23 - \frac{16}{2}$
diminuire il triplo di un numero della metà di un altro numero	$3a - \frac{1}{2}b$
la semisomma di 17 e 23	$(17 + 23) : 2$
la semisomma di due numeri	$\frac{a + b}{2}$
aggiungere al successivo di 7 la metà di 10	$(7 + 1) + (10 : 2)$
aggiungere al successivo di un numero la metà di un altro	$(n + 1) + \frac{m}{2}$
dividere per 6 la metà di 120	$\left(\frac{120}{2}\right) : 6$
dividere per un numero la metà di un altro numero	$\left(\frac{1}{2}a\right) : b$

Una casa di campagna, di forma quadrata con il lato di 10 metri, è costruita su un terreno rettangolare, che misura 100 metri per 50 metri. Sul terreno si trova anche una piscina rettangolare lunga 15 metri e larga 10. Tutto il terreno non occupato dalla casa e dalla piscina è coltivato a prato. Quanto misura la superficie lasciata a prato?

Una squadra di pallavolo ha venduto 100 abbonamenti a 50 euro l'uno e deve pagare 15 magliette per la squadra a 10 euro e 10 palloni anch'essi a 10 euro l'uno. Quanto rimane nella cassa della squadra?

Soluzione

La seguente espressione risolve entrambi i problemi:

$$(100 \times 50) - [(10 \times 10) + (15 \times 10)]$$

Problema

Una fabbrica di gelati ha deciso di usare contenitori con la superficie laterale di area 600 cm^2 e alti 30 cm . Ferme restando queste condizioni, è più capiente un contenitore a forma di parallelepipedo con base quadrata o un contenitore cilindrico?

Soluzione

In primo luogo osserviamo che, avendo i due contenitori la stessa altezza, basta confrontare l'area di base dei 2 solidi.

$$[(600 : 30) : 4]^2 = 25 \text{ cm}^2 \quad \text{area di base del contenitore a forma di parallelepipedo}$$

$$\pi \cdot \left(\frac{600 : 30}{2\pi} \right)^2 \sim 31,8 \text{ cm}^2$$

area di base del contenitore cilindrico.

La risposta è: è più capace il contenitore a forma cilindrica.

Una fabbrica di gelati ha deciso di usare contenitori con la superficie laterale di area S e di altezza h . Ferme restando queste condizioni, è più capiente un contenitore a forma di parallelepipedo con base quadrata o un contenitore cilindrico?

Soluzione

Anche ora basta confrontare le aree di base dei 2 contenitori.

$$[(S : h) : 4]^2 = \frac{(S : h)^2}{16} \quad \text{area di base del contenitore a forma di parallelepipedo}$$

$$\pi \cdot \left(\frac{S : h}{2\pi}\right)^2 = \frac{(S : h)^2}{4\pi} \quad \text{area di base del contenitore cilindrico.}$$

Da ciò segue, essendo $16 > 4\pi$, che un contenitore cilindrico ha volume maggiore di un contenitore a forma di parallelepipedo avente l'area della superficie laterale e l'altezza uguali a quelle del cilindro.

IL PROBLEMA DELL'EREDITA'

Un padre di tre figli morì lasciando in eredità 1600 monete d'oro. Il testamento precisava che il maggiore dei tre doveva avere 200 monete più del secondo e che al secondo a sua volta spettavano 100 monete più dell'ultimo. Si domanda la quota di ciascuno.

Compila la tabella

<i>Linguaggio naturale</i>		<i>Linguaggio algebrico</i>
<i>Incognite</i>		
<i>Condizioni esplicite</i>		
<i>Condizioni implicite</i>		

<i>Linguaggio naturale</i>		<i>Linguaggio algebrico</i>
<i>Incognite</i>	1) Quota del maggiore per la a) 2) Quota del secondo per la a) 3) Quota del minore per la b)	$x + 200$ x $x - 100$
<i>Condizioni esplicite</i>	a) La quota del maggiore è pari a quella del secondo aumentata di 200 monete b) La quota del secondo è pari a quella del minore aumentata di 100 monete	
<i>Condizioni implicite</i>	c) Eredità lasciata dal padre morendo: 1600 monete d'oro	

<i>Linguaggio naturale</i>		<i>Linguaggio algebrico</i>
<i>Incognite</i>	1) Quota del maggiore per la a) 2) Quota del secondo per la a) 3) Quota del minore per la b)	$x + 200$ x $x - 100$
<i>Condizioni esplicite</i>	a) La quota del maggiore è pari a quella del secondo aumentata di 200 monete b) La quota del secondo è pari a quella del minore aumentata di 100 monete	
<i>Condizioni implicite</i>	c) La somma delle monete ereditate dai tre figli deve essere pari a 1600 monete	$(x+200)+(x)+(x-100) = 1600$

IL PROBLEMA DEI BAGAGLI IN AEREO

Le linee aeree permettono a ciascun passeggero di portare in franchigia (cioè senza costi aggiuntivi) un bagaglio non superiore ad un certo peso, oltre il quale si deve pagare per il trasporto in ragione dei chilogrammi in eccedenza (un tanto per ogni chilogrammo). Il sig. Carlo e sua moglie fanno un viaggio in aereo con un bagaglio che complessivamente pesa 54 kg e, dividendolo in parti uguali fra loro, devono pagare € 21 per i chilogrammi oltre la franchigia. Il sig. Carlo pensa che se viaggiasse da solo con gli stessi bagagli (suoi e della moglie) dovrebbe invece pagare € 51. Si chiede qual è il peso che ciascun passeggero può portare in franchigia.

Completa la tabella

	<i>Linguaggio naturale</i>	<i>Linguaggio algebrico</i>
<i>Incognite</i>	1) Il peso che ciascun passeggero può portare in franchigia	
<i>Condizioni esplicite</i>	Nessuna	
<i>Condizioni implicite</i>	a) Il peso complessivo del bagaglio è di 54 kg e deve considerarsi suddiviso in parti uguali tra i due passeggeri b) Carlo e sua moglie devono pagare insieme 21 € per i kg che superano il peso in franchigia c) Carlo viaggiando da solo con gli stessi bagagli pagherebbe invece 51 €	

<i>Linguaggio naturale</i>		<i>Linguaggio algebrico</i>
<i>Incognite</i>	1) Il peso che ciascun passeggero può portare in franchigia 2) (incognita aggiuntiva) Il prezzo (€/kg) per ogni kg di bagaglio che supera il peso in franchigia	x p
<i>Condizioni esplicite</i>	Nessuna	
<i>Condizioni implicite</i>	a) Il peso complessivo del bagaglio è di 54 kg e deve considerarsi suddiviso in parti uguali tra i due passeggeri b) Carlo e sua moglie devono pagare insieme 21 € per i kg che superano il peso in franchigia c) Carlo viaggiando da solo con gli stessi bagagli pagherebbe invece 51 €	$0 < x < 27$ $2p(27 - x) = 21$ $p(54 - x) = 51$

Ora tocca a te:

Formalizza algebricamente ogni seguente problema, indicando prima la corrispondente formalizzazione algebrica delle incognite assunte per risolverlo:

1) In una pizzeria del centro il sabato la pizza margherita costa 1 euro in più rispetto ai giorni infrasettimanali. Con la stessa somma il sabato si possono mangiare 5 pizze mentre nei giorni infrasettimanali se ne possono mangiare 6. Quanto costa la pizza il sabato?

2) A una festa ci sono ragazzi e ragazze per un totale di 36 persone. Stabilisci quanti sono i ragazzi e quante sono le ragazze, sapendo che un terzo delle ragazze porta i pantaloni e che ci sono alla festa esattamente 26 persone che portano i pantaloni.

3) Dodici anni fa l'età di marco era un terzo dell'età che aveva Anna. Fra tre anni, l'età di Anna sarà il doppio di quella che avrà Marco. Che età hanno oggi Marco e Anna?

4) Un rettangolo ha perimetro di 24 cm. Diminuendo ciascun lato di 1 cm, si ottiene un rettangolo di perimetro 20 cm. Determina la base del rettangolo originario. Per questo problema dire almeno se esso è determinato o indeterminato o impossibile.