Liceo scientifico Leonardo da Vinci - Pescara

Classe prima esercizi risolti di geometria

Teoremi: individuazione di ipotesi e tesi

Esercizio

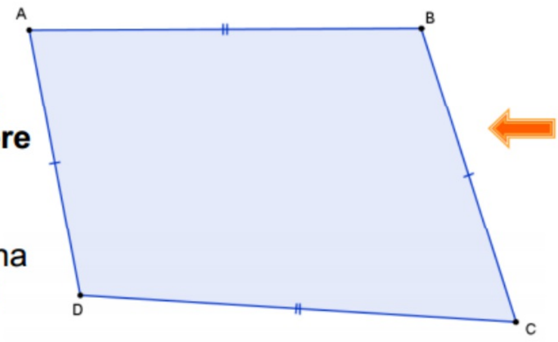
Individua ipotesi e tesi nel seguente teorema:

Se un quadrilatero convesso ha i lati opposti isometrici allora è un parallelogramma.

dal sito treccani

Soluzione

Non è importante fare "bene" la figura, l'importante è **indicare** correttamente su essa le **ipotesi** e dare delle **lettere di riferimento**: deve essere un quadrilatero *ABCD* convesso e bisogna indicare che i lati opposti sono isometrici.



Realizziamo la figura

Le informazioni poste nel teorema tra le parole "**se**" e "**allora**" sono di solito le **ipotesi**. Si indicano con **HP**.

Individuiamo le ipotesi

HP: *ABCD* convesso

$AB \cong CD$

$AD \cong BC$

Le parole dopo "**allora**" ci indicano la **tesi** (**TH**).

Individuiamo la tesi

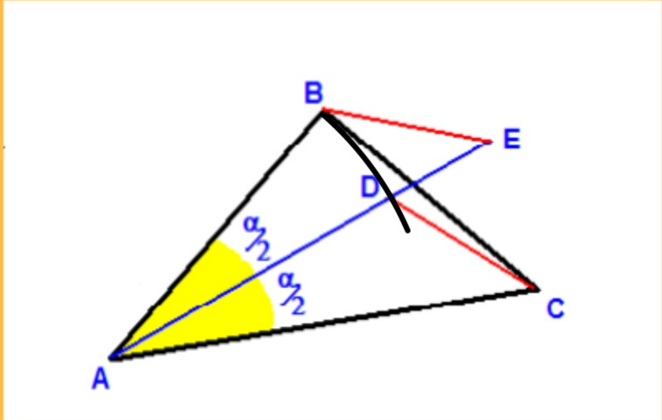
TH: $AB \parallel CD$

$AD \parallel BC$

Esercizio

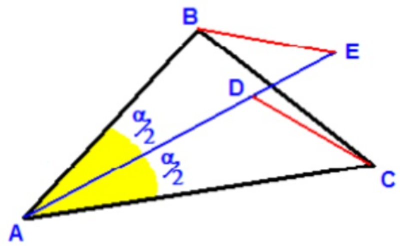
Dopo aver tracciato la retta che dimezza l’angolo *α*, su di essa si prenda il segmento *AD* uguale al lato *AB* e il segmento *AE* uguale al lato *AC*.

Dimostrare l’uguaglianza dei segmenti *BE* e *DC*.



Soluzione

Costruiamo la figura e fissiamo la nostra attenzione sui triangoli di vertici *ABE* e *ADC*.



↓

Questi due triangoli hanno:

$AB = AD$ (per costruzione)

$AE = AC$ (per costruzione)

$B\hat{A}E = D\hat{A}C = \alpha/2$ (poiché la semiretta *AE* dimezza l'angolo α)

Cerchiamo di individuare quali elementi dei due triangoli sono uguali

Per il primo criterio di uguaglianza è possibile affermare che i due triangoli sono uguali.

Stabiliamo il criterio di uguaglianza da applicare

$BE = DC$

Due triangoli uguali hanno ordinatamente uguali tutti i loro elementi.
Finito!

Proprietà dei lati di un triangolo

Esercizio

Delle seguenti terne di numeri indicare quali possono rappresentare le misure dei lati di un triangolo.

a. 12 – 16 – 22

b. 12 – 9 – 22

c. 15 – 14 – 15

d. 15 – 4 – 10

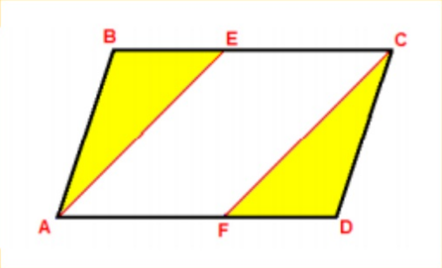
Soluzione

Per verificare la proprietà dei lati del triangolo è sufficiente controllare che il lato maggiore sia minore della somma degli altri due e che il lato minore sia maggiore della differenza.

$22 < 12+16=28$ e $12 > 22-16=6$	⟸	Con la terna di numeri 12 – 16 – 22 si può costruire un **triangolo scaleno**
$22 > 12+9=21$ e $9 < 22-12=10$	⟸	I numeri 9 – 12 – 22 non possono essere le misure dei lati di un triangolo
$15 < 14+15=29$ e $14 > 15-15=0$	⟸	Con la terna di numeri 15 – 14 – 15 si può costruire un **triangolo isoscele**
$15 > 4+10=14$ e $4 < 15-10=5$	⟸	I numeri 4 – 10 – 15 non possono essere le misure dei lati di un triangolo

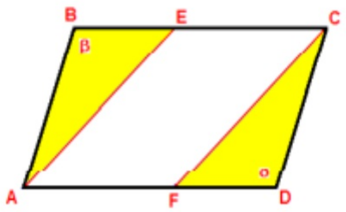
Proprietà dei quadrilateri

Esercizio
Sui lati BC e AD di un parallelogramma si prendano i segmenti BE e FD di ugual misura.
Congiungendo A con E e C con F si ottiene un nuovo quadrilatero. E' possibile affermare che anche AECF è un parallelogramma?



Soluzione

Per affermare che il quadrilatero *AECF* sia un **parallelogramma** verifichiamo, ad esempio, la proprietà dell'uguaglianza dei **lati opposti**.



↓

Consideriamo i triangoli *ABE* e *CDF*. Questi hanno:

- i lati *AB* = *CD* perché lati opposti del parallelogramma *ABCD*;
- i lati *BE* = *FD* per costruzione;
- gli angoli $\beta = \delta$ perché angoli opposti del parallelogramma *ABCD*.

Individuo due triangoli e ne dimostro l'uguaglianza

Per il primo criterio di uguaglianza i due triangoli sono uguali e quindi anche i lati ***AE* = *CF***

Applico il primo criterio di uguaglianza dei triangoli

Inoltre è evidente che ***AF* = *EC*** perché si ottengono come differenza tra segmenti di ugual misura: *AF* = *AD* – *FD* e *EC* = *BC* – *BE*.

Dimostro che i lati opposti sono uguali e che quindi si tratta di un parallelogramma

Proprietà degli angoli

Esercizio

Si sa che due angoli supplementari sono uno la quinta parte dell'altro.

Determinare la misura di ciascuno dei due angoli

Soluzione

Determiniamo la misura dei due angoli analiticamente

$$\alpha + \beta = 180°$$

Se α e β sono supplementari la loro somma è un angolo piatto.

$$\alpha + \frac{1}{5}\alpha = 180°$$

L'angolo β è un sottomultiplo di α secondo il numero 5

$$\frac{6}{5}\alpha = 180°$$

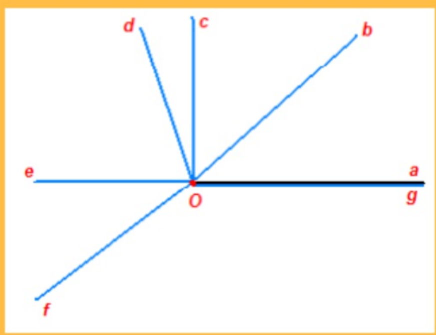
Sommando gli angoli al primo membro

$$\alpha = \frac{5}{6} \cdot 180° = 150° \quad e \quad \beta = 30°$$

Ricaviamo il valore di α e β. Finito!

Classificazione degli angoli

Esercizio
Indicare la semiretta necessaria a formare l'angolo richiesto.

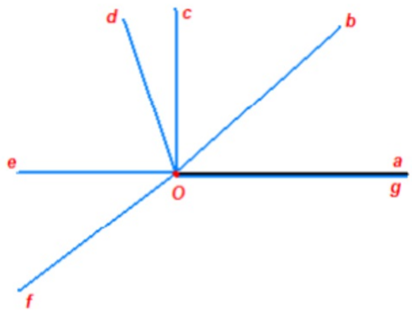


La semiretta a

1) con la semiretta ___ forma un angolo piatto
2) con la semiretta ___ forma un angolo acuto
3) con la semiretta ___ forma un angolo nullo
4) con la semiretta ___ forma un angolo retto

Soluzione

La semiretta a



1) con la semiretta e forma un angolo piatto

Infatti un angolo piatto ha le semirette allineate sulla stessa retta.

2) con la semiretta b forma un angolo acuto

Infatti un angolo acuto è minore di un angolo retto.

3) con la semiretta g forma un angolo nullo

Infatti un angolo nullo ha le semirette sovrapposte.

4) con la semiretta c forma un angolo retto

Infatti un angolo retto è metà angolo piatto.

Problema

Considerato il triangolo ABC, sia D il punto medio del lato BC. Si traccino i segmenti AD e DE di ugual misura e si congiungano BE e EC. Di che tipo è il quadrilatero $ABEC$?

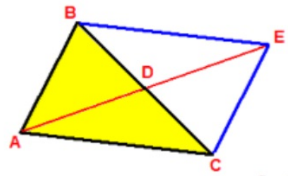


fig. 10

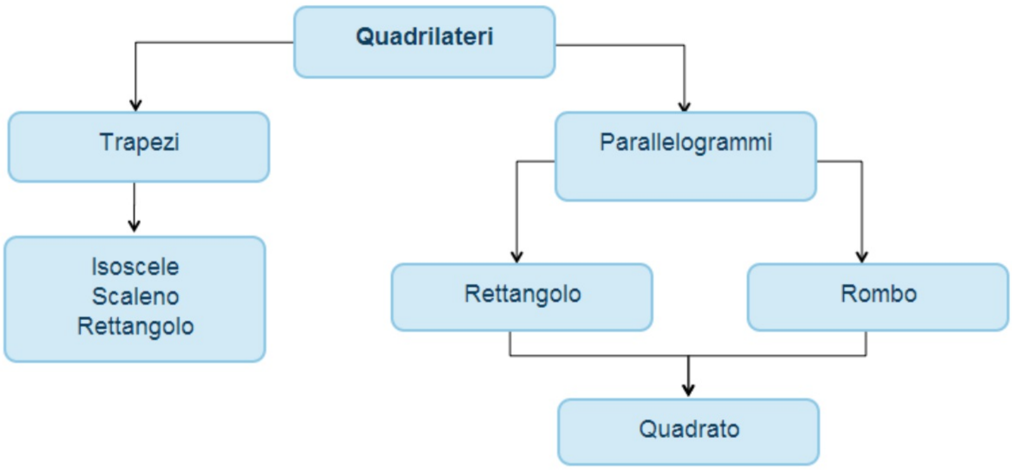
Esempio di svolgimento:

(1) Una volta costruita la figura secondo le indicazioni del problema, osserviamo che:

- $BD \cong DC$ perché D è il punto medio di BC;
- $AD \cong DE$ per costruzione, quindi D è il punto medio di AE.

(2) AE e BC sono le **diagonali** del quadrilatero $ABEC$ e si intersecano nel loro punto medio.

(3) Poiché questa è una proprietà dei parallelogrammi, possiamo affermare che il quadrilatero $ABEC$ è proprio un **parallelogramma**.


Quadrilateri
Trapezi
Parallelogrammi
Isoscele
Scaleno
Rettangolo
Rettangolo
Rombo
Quadrato